

#### 4.4.2. Aritmética y álgebra: linealidad y reduccionismo

**Miguel R. Wilhelmi**

**Jaione Abaurrrea**

**Aitzol Lasa**

Universidad Pública de Navarra, España

##### **Resumen**

*El profesorado precisa herramientas para la gestión y control de procesos de estudio efectivos. Estas herramientas deben permitir la valoración del desempeño matemático y aportar criterios para la elaboración de situaciones para la mejora de procesos de estudio potenciales. Desde el enfoque ontosemiótico del conocimiento y de la instrucción matemáticos (EOS) se ha propuesto una clasificación del razonamiento algebraico elemental (RAE) para desarrollar las competencias necesarias en el profesorado, tanto en formación inicial (en las Facultades de Educación) como continua (con docentes en activo). El taller abordará el análisis de casos prácticos y el desarrollo de la capacidad de análisis didáctico del profesorado basado en el EOS.*

##### **Objetivos**

- 1) Determinar y analizar las características del Razonamiento Algebraico en Primaria y Secundaria.
- 2) Distinguir tipos de objetos y procesos algebraicos en tareas matemáticas escolares.
- 3) Asignar niveles de razonamiento algebraico a la actividad matemática mostrada al resolver tareas escolares.
- 4) Incorporar los conocimientos de Educación Primaria en el desarrollo del Razonamiento Algebraico en Secundaria.

##### **Método**

- *De la práctica a la teoría.* A partir de una situación práctica se discriminan y describen los fundamentos matemáticos y didácticos presentes en la misma.
- *De la teoría a la práctica.* A partir del discurso teórico, se proponen instrumentos de cambio para la mejora de procesos de enseñanza y aprendizaje que involucren la actividad matemática analizada.

**Desarrollo**

1. Resolver tareas matemáticas, propias de primaria y secundaria, a ser posible, de varias maneras.
2. Analizar los objetos y procesos involucrados en la resolución de las tareas.
3. Enunciar tareas relacionadas cuya solución modifique los objetos y procesos involucrados y el nivel educativo de referencia.
4. Presentación, discusión y valoración del modelo de los niveles de algebrización de la actividad matemática.
5. Síntesis, conclusiones y cuestiones abiertas.

**Referencias**

- Godino J. D., Castro W., Aké L., Wilhelmi, M. D. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Boletim de Educação Matemática - BOLEMA*, 26 (42B), 483-511. Recuperable (2018/07/06): <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42b/05.pdf>
- Godino, J. D., Aké L., Gonzato M., & Wilhelmi M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219. Recuperable (2018/07/06): [https://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc\\_a2014v32n1/edlc\\_a2014v32n1p199.pdf](https://ddd.uab.cat/pub/edlc/edlc_a2014v32n1/edlc_a2014v32n1p199.pdf)
- Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L., Etchegaray, S. y Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 117-142. Recuperable (2018/07/06): <http://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/105>
- Godino, J. D., Aké, L. P., Contreras, A., Díaz, C., Estepa, A. Blanco, T. F., Lacasta, E., Lasa, A., Neto, T., Oliveras, M. L. y Wilhelmi, M. R. (2015). Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didáctico - matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. *Enseñanza de las Ciencias*, 33.1, 127 - 150.

Recuperable

(2018/07/06):

<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/download/288575/376858>

Godino J. D., Wilhelmi M. R., Neto T., Blanco T. F., Contreras A., Díaz-Batanero C., Estepa A., & Lasa A. (2015). Evaluación de conocimientos didáctico - matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental de futuros maestros. *Revista de Educación* 370, 199-228. Recuperable (08/09/16): [http://www.mecd.gob.es/revista-de-educacion/numeros-revista-educacion/numeros-anteriores/2015/370/370\\_8.html](http://www.mecd.gob.es/revista-de-educacion/numeros-revista-educacion/numeros-anteriores/2015/370/370_8.html)

[Volver al índice de autores](#)

## Anexo I. Características de los niveles de algebrización

NIV	OBJETOS	TRANSFORMACIONES	LENGUAJES
0	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Objetos con un primer grado de generalidad (números particulares)</li> <li>-Significado operacional de la igualdad.</li> <li>-Variables como receptores de números particulares</li> </ul>	Operaciones aritméticas con números particulares	Natural, numérico, icónico, gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a objetos extensivos o datos desconocidos.
1	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Objetos con un segundo grado de generalidad (conjuntos, clases o tipos de números)</li> <li>-Significado relacional de la igualdad</li> <li>- Variables como incógnitas.</li> </ul>	Operaciones con objetos de primer grado de generalidad, aplicando propiedades de la estructura algebraica de $N$ y la igualdad como equivalencia.	Natural, numérico, icónico, gestual; se usan símbolos implicando información espacial, temporal y contextual.
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Objetos con un segundo grado de generalidad (conjuntos, clases o tipos de números)</li> <li>-Significado relacional de la igualdad</li> <li>- Variables como incógnitas, números generalizados y cantidad cambiante</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Operaciones con objetos de primer grado de generalidad, aplicando propiedades de la estructura algebraica de <math>N</math> y la igualdad como equivalencia.</li> <li>- Ecuaciones de la forma, <math>Ax + B = C</math>.</li> <li>- En tareas funcionales se reconoce la generalidad, pero no se realizan operaciones con las variables para obtener formas canónicas de expresión.</li> </ul>	Simbólico – literal, usado para referir a los objetos intensivos reconocidos, aunque todavía ligados a la información espacial, temporal y contextual.
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se usan indeterminadas, incógnitas, ecuaciones, variables y funciones particulares. (Objetos</li> </ul>	-Operaciones con objetos de un segundo grado de generalidad.	Simbólico – literal; se usan los símbolos de manera analítica (sin

	intensivos con un segundo grado de generalidad)	<p>- Ecuaciones de la forma <math>Ax \pm B = Cx \pm D</math>.</p> <p>- Se hacen operaciones con indeterminadas o variables para obtener formas canónicas de expresión.</p>	significados), sin referir a información contextual.
<b>4</b>	<p>Variables, incógnitas y parámetros;</p> <p>Familias de ecuaciones y funciones</p> <p>(Objetos intensivos con un tercer grado de generalidad)</p>	Hay operaciones con variables, pero no con los parámetros.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.
<b>5</b>	<p>Variables, incógnitas y parámetros;</p> <p>Familias de ecuaciones y funciones</p> <p>(Objetos intensivos con un tercer grado de generalidad)</p>	Hay operaciones con los parámetros y, por tanto, con objetos con un tercer grado de generalidad.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.
<b>6</b>	<p>Estructuras algebraicas abstractas (espacios vectoriales, grupos, anillos, ...)</p> <p>Relaciones binarias generales y sus propiedades. (Objetos intensivos con un 4º grado de generalidad)</p>	Hay operaciones con los objetos que forman parte de las estructuras.	Simbólico – literal; los símbolos son usados analíticamente, sin referir a información contextual.

## Anexo II. Tareas

### Tarea 1. Justificación de conjeturas

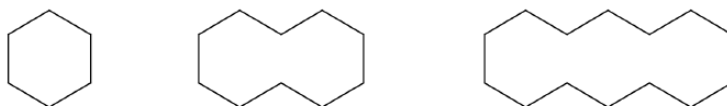
Un alumno formuló la siguiente conjetura:

*“Sumo tres números naturales consecutivos. Si divido el resultado por tres obtengo siempre el segundo número”*

- a) ¿Es correcta la conjetura formulada por el alumno? Explica su posible razonamiento.
- b) ¿Qué tipo de justificación piensas podría dar un alumno de primaria a esta conjetura?

### Tarea 2. Patrón geométrico

Considera la siguiente secuencia de figuras:



- a) Representa los dos términos siguientes de la secuencia e indica el número de segmentos necesarios para construir cada una.
- b) Enuncia una tarea más difícil.
- c) Discute un posible tránsito de los conocimientos propios de Educación Primaria a los de Secundaria relacionados con la tarea.

### Tarea 3. Presupuesto de gastos

Un estudiante recibió de sus padres una cierta cantidad de dinero para comer durante 40 días. Sin embargo, encontró sitios en donde pudo ahorrar 4 euros al día en la comida. De esta forma, el presupuesto inicial le duró 60 días. ¿Cuánto dinero recibió? Resuelve el problema por dos métodos distintos.

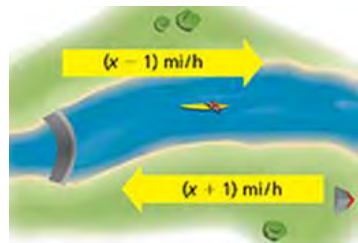
#### Tarea 4. Relación entre dos programas de cálculo aritmético

Noelia y Marga piensan, independientemente, sendos números. Noelia multiplica su número por 3, resta 18 y acaba dividiendo este resultado entre 9. Marga resta 4 al número que pensó, a continuación, multiplica el resultado por 5 y acaba dividiendo el resultado por 10. Si, casualmente, obtienen el mismo resultado final, ¿qué relación hay entre los números pensados por Noelia y Marga?

#### Tarea 5. Movimiento uniforme

Supón que remas en piragua 5 millas/hora (mi/h) a favor de la corriente en un río desde tu campamento base hasta una presa, y que seguidamente regresas al campamento. La velocidad constante a la que remas en todo el viaje es de  $x$  mi/h, y la velocidad de la corriente del río es de 1 mi/h.

- Analiza la situación según la velocidad  $x$  de remo.
- Generaliza la situación.



#### Tarea 6. Sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas

Resuelve, sin aplicar los métodos clásicos de sustitución, igualación ni sustitución, los siguientes sistemas:

a)

48 Un club deportivo organiza actividades de aventura. Joel ha hecho descenso en piragua y excursión en quads en dos ocasiones y ha pagado los siguientes precios.

¿Cuánto cuesta cada actividad suelta?

b) 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x + 2y = 8 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 5x - y = 13 \end{cases}$$

**Analiza y discute las similitudes y diferencias de los sistemas propuestos.**